

**EPREUVE FINALE DE THERMODYNAMIQUE APPLIQUEE**

**Mercredi 17 janvier 2018**

**3° Année Génie-Electrique (Energies renouvelables)**

**Durée : 1H30min.**

**Exercice -01- (8pts)** L'évolution de la masse de 1 kg d'air s'effectue selon un cycle réalisé par trois transformations consécutives (1-2 : isochore, 2-3 : isotherme, 3-1 : isobare):

On donne :  $v_1 = 0,5m^3/kg$      $T_1 = 270 k$     Etat (2)     $T_2 = 1750k$ . Déterminer :

- la loi de variation de pression en fonction du volume et sa représentation graphique
- Bilan mécanique du cycle.
- Bilan thermique du cycle.

Le débit massique de cette installation thermique,  $q_m = 10kg/s$ , calculer sa puissance et donner la caractéristique de cette installation.

**Exercice -02- (8pts)** Un compresseur d'air doit donner un débit en volume  $q_v = 8m^3/min$  pris à  $300k$  et à la pression atmosphérique.

Tracer le diagramme,  $p = f(v)$ .

Déterminer le débit massique du compresseur.

La puissance théorique absorbée par le compresseur, (taux de compression,  $\tau = \frac{p_2}{p_1} = 3,5$ ) pour les transformations suivantes:

- a) Compression isotherme.
- b) Compression isentropique.
- c) Compression poly-tropique avec  $n=1,3$ .

On donne :  $r = 287 j/kg.k$     et     $\gamma = 1,4$

**Exercice -03- (8pts)** Soit une turbine fonctionnant selon les conditions suivantes :

$$T_1 = 300 k \quad p_1 = 10N/cm^2 \quad p_2 = 50N/cm^2 \quad T_3 = 800 k \quad C_p = 1kj/kg.k$$

Le taux de compression et le taux de détente sont ainsi :  $\tau = 5$

Tracer le diagramme,  $p = f(v)$ , et nommer ce cycle.

Calculer le rendement thermodynamique ( $\eta_{th}$ ). Recalculer le en fonction des (c.a.t) ( $\beta$ ) et ( $\alpha$ ).

**Exercice -04- (4pts)** Quelle est la chaleur  $Q_{\text{évap}}$  nécessaire pour vaporiser entièrement 3 litres d'eau liquide saturée à 2,5 bars ?

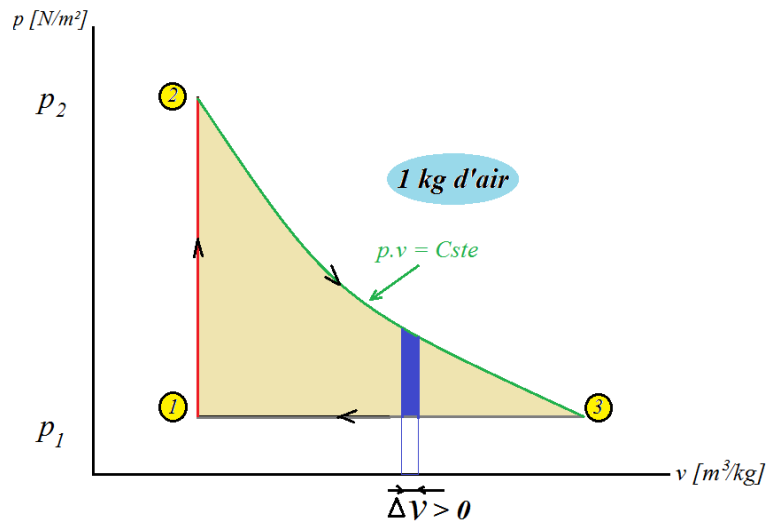
$p_{sat}$	$T_{sat}$	$u_L$	$u_V$	$u_{LV}$	$h_L$	$h_V$	$h_{LV}$	$v_L$	$v_V$
MPa	°C	$kJ/kg$	$kJ/kg$	$kJ/kg$	$kJ/kg$	$kJ/kg$	$kJ/kg$	$m^3/kg$	$m^3/kg$
0,2	120,21	504,5	529,1	2024,6	504,7	2706,2	2201,5	0,001061	0,88568
0,25	127,41	535,1	2536,8	2001,8	535,3	2716,5	2181,1	0,001067	0,71866
0,3	133,52	561,1	2543,2	1982,1	561,4	2724,9	2163,5	0,001073	0,60576
0,35	138,86	583,9	2548,5	1964,7	584,3	2732	2147,7	0,001079	0,52418

**Corrigé de l'E.F de Thermodynamique Appliquée**

**Exercice -01-:(8pts)**

$v_1 = 0,5 \text{ m}^3/\text{kg}$      $T_1 = 270 \text{ K}$     Etat (2)     $T_2 = 1750 \text{ K}$

Loi de variation de pression : (2pts)



$$p_1 = \frac{rT_1}{v_1} = \frac{287 \cdot 270}{0,5} = \frac{77490}{0,5} = 15,5 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2.$$

$$v_1 = v_2 = 0,5 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

$$p_1 \cdot v_1 = r \cdot T_1 \quad \text{et} \quad p_2 \cdot v_2 = r \cdot T_2 \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 15,5 \cdot 10^4 \frac{1750}{270} = 100 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2.$$

$$p_3 = p_1 = 15,5 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2 \quad \text{et} \quad T_3 = T_2 = \text{cste} = 1750 \text{ K}.$$

$$p_2 \cdot v_2 = p_3 \cdot v_3 \Rightarrow v_3 = \frac{p_2 v_2}{p_3} = \frac{100 \cdot 10^4 \cdot 0,5}{15,5 \cdot 10^4} = 3,23 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

**Bilan mécanique du cycle (4pts)**

Nous avons à établir la somme algébrique des travaux échangés entre système et milieu extérieur au cours du cycle.

**Phase (1-2) : isochore.**

$$\Delta w_{1-2} = -p \cdot \Delta v \quad \text{avec} \quad w_{1-2} = -\int_1^2 p \cdot dv,$$

où la variation du volume serait nulle :     $\Delta v = 0$

Ce qui nous permet d'écrire que :     $w_{1-2} = 0$

**Phase (2-3) : isotherme.**

$$pv = cste = r.T_2 = r.T_3$$

$$p = -r.T_2 \int_2^3 \frac{dv}{v} = -r.T_2 \cdot \ln \frac{v_3}{v_2} \text{ et } p_2 \cdot v_2 = p_3 \cdot v_3 = r.T_2 = cste$$

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{v_3}{v_2}$$

$$w_{2-3} = r.T_2 \cdot \ln \frac{p_3}{p_2}$$

Nous savons que  $w_{2-3} < 0$ , puisque  $\Delta v > 0$ . Le système fournit du travail au milieu extérieur.

$$w_{2-3} = 287.1750 \cdot \ln \frac{15,5 \cdot 10^4}{100 \cdot 10^4} = 502250 \cdot (11,95 - 13,81) = -934185 \text{ J/kg}$$

**Phase (3-1) : isobare.**

$$w_{3-1} = - \int_3^1 p \cdot dv = -p_1(v_1 - v_3) = -15,5 \cdot 10^4(0,5 - 3,23) = 423,15 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

$$w_{cycle} = w_{1-2} + w_{2-3} + w_{3-1} = 0 - 934185 + 423150 = -511035 \text{ J/kg} = -511,035 \text{ kJ/kg}$$

Le système fournit du travail au milieu extérieur (installation thermique motrice).

**Bilan thermique du cycle : (1pt)**

$$(q + w)_{cycle} = 0 \Rightarrow q_{cycle} = -w_{cycle} = 511035 \text{ J/kg} = 511,035 \text{ kJ/kg}.$$

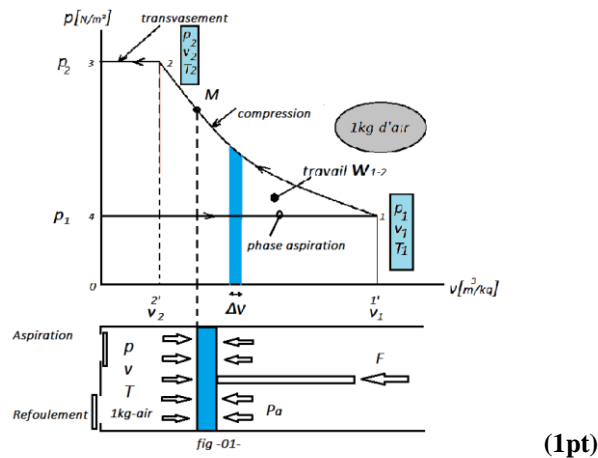
**Puissance : (1pt)**

Avec le débit massique  $q_m = 12 \text{ kg/s}$  parcourant le cycle, la puissance de cette installation thermique motrice est :

$$\wp = q_m \cdot w_{cycle} = 12 \cdot 511,035 = 6132,42 \text{ kW}.$$

## Exercice 02 : (8pts)

### Débit massique du compresseur



Pression atmosphérique :  $p = 101300 \text{ N/m}^2$

$$q_m = \rho \cdot q_v \quad \text{avec} \quad \rho = \frac{1}{v} \quad \text{d'où} \quad q_v = \frac{q_m}{\rho} = v \cdot q_m = \frac{8}{60} = 0,13 \text{ m}^3/\text{s}.$$

$$v = \frac{r \cdot T}{p} = \frac{287 \cdot 300}{101300} = \frac{86100}{101300} = 0,85 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$q_m = \frac{0,13}{0,85} = 0,152 \text{ kg/s} \quad (1\text{pt})$$

**Puissance théorique :**  $\tau = \frac{p_2}{p_1} = 3,5 \Rightarrow p_2 = 3,5 \cdot p_1 = 354550 \text{ N/m}^2$

- Compresseur dans lequel la **compression est isotherme** : (2pts)

$$T = \text{cste}, \text{ donc } p \cdot v = \text{cste}$$

**Travail échangé :**

$$w_{1-2tr} = w_{1-2} + p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1$$

$$\text{Or, } p_2 \cdot v_2 = p_1 \cdot v_1 \quad \text{et de ce fait} \quad w_{1-2tr} = w_{1-2} = r \cdot T \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = r \cdot T \cdot \ln \frac{v_1}{v_2}$$

Et puisque  $\frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2}$  alors

$$w_{1-2} = - \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv = -r \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = r \cdot T \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = 287 \cdot 300 \cdot \ln 3,5 = 107862 \text{ J/kg}$$

$$\wp = q_m \cdot w_{\text{cycle}} = 0,152 \cdot 107,9 = 16,4 \text{ kJ/s ou [kw]}$$

- Compresseur dans lequel la **compression est isentropique** : (2pts)

$$p \cdot v^\gamma = \text{cste} \quad \text{avec} \quad q_{1-2} = 0$$

$$w_{1-2tr} = \gamma \cdot w_{1-2}$$

On a ainsi,  $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = (3,5)^{\frac{0,4}{1,4}} = 3,5^{0,28} = 1,42 \Rightarrow T_2 = 300 \cdot 1,42 = 426k$

**Travail échangé :**

$$w_{1-2tr} = w_{1-2} + p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1$$

Avec,

$$w_{1-2} = \frac{1}{\gamma - 1} (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1)$$

$$w_{1-2} = \frac{r}{\gamma - 1} (T_2 - T_1)$$

$$w_{1-2tr} = r \cdot (T_2 - T_1) \left( \frac{1}{\gamma - 1} + 1 \right) = \frac{\gamma \cdot r}{\gamma - 1} (T_2 - T_1)$$

$$w_{1-2tr} = \frac{1,4 \cdot 0,287}{1,4 - 1} (426 - 300) = 126,56 \text{ kJ/kg}$$

Ou encore,  $w_{1-2tr} = C_p (T_2 - T_1)$  puisque,  $C_p = \frac{\gamma \cdot r}{\gamma - 1}$

$$\dot{\varphi} = q_m \cdot w_{cycle} = 0,152 \cdot 126,56 = 19,24 \text{ kJ/s ou [kw]}$$

- Compresseur dans lequel la **compression est poly-tropique** : (2pts)

$$p \cdot v^n = cste \quad (n = 1,3)$$

Soit  $n < \gamma$ ,  $p \cdot v^n = cste$

On a ainsi,  $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = (3,5)^{\frac{0,3}{1,3}} = 3,5^{0,23} = 1,34 \Rightarrow T_2 = 300 \cdot 1,34 = 402k$

**Travail échangé :**

$$w_{1-2tr} = w_{1-2} + p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1$$

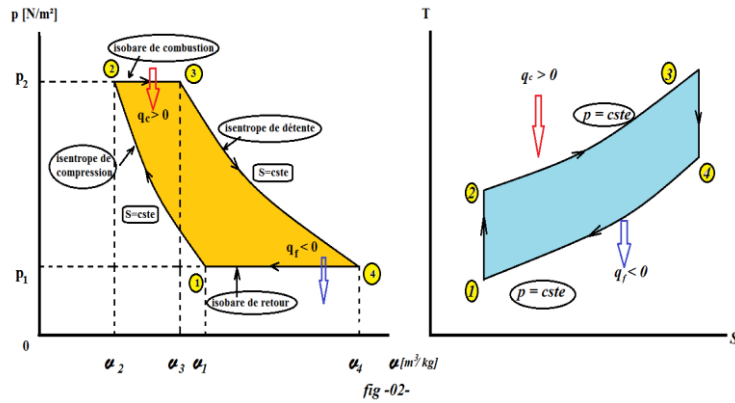
$$w_{1-2} = \frac{1}{n - 1} (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1) = \frac{r}{n - 1} (T_2 - T_1)$$

$$w_{1-2tr} = r \cdot (T_2 - T_1) \left( \frac{1}{n - 1} + 1 \right) = \frac{n \cdot r}{n - 1} (T_2 - T_1) = \frac{1,3}{0,3} \cdot 287 \cdot 126 = 156,7 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{\varphi} = q_m \cdot w_{cycle} = 0,152 \cdot 156,7 = 23,81 \text{ kJ/s ou [kw]}$$

**Exercice -03- : (8pts)**

**Diagramme  $p = f(v)$  : (1pt)**



Ce cycle est appelé cycle de **joule** (1pt)

$$p_1 = p_4 = 10 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2 \quad \text{et} \quad p_2 = p_3 = 50 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$\tau = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4} = 5$$

**Calcul du rendement thermodynamique : ( $\eta_{th}$ )**

**Transformation isentropique (1-2) :**

Calcul de la température ( $T_2$ ) :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = (5)^{\frac{0,4}{1,4}} = 5^{0,28} = 1,57 = \beta \quad \text{(0,5pt)}$$

$$T_2 = 300 \cdot 1,49 = 471 \text{ k} \quad \text{(0,5pt)}$$

Appelons ( $\beta$ ) ce rapport :  $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$  qui est un coefficient d'augmentation de température dans le compresseur et ( $\alpha$ ), lui aussi est un coefficient global d'augmentation de température au cours du cycle.

Puisque  $T_2 = \beta \cdot T_1$  et  $T_3 = \alpha \cdot T_1$  alors  $\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

$$\alpha = \frac{T_3}{T_1} = \frac{800}{300} = 2,66 \quad \text{(0,5pt)}$$

La quantité de chaleur dans la phase (2-3) est donnée par :

$$(q_{2-3}) = C_p [(T_3 - T_2)] = 1 \cdot (800 - 471) = 329 \text{ kJ/kg}$$

$$(q_{2-3}) = C_p [T_1 (\alpha - \beta)] = 1.300 \cdot (2,66 - 1,57) = 327 \text{ kJ/kg} \quad \text{(0,5pt)}$$

Calcul de la température ( $T_4$ ) :

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Et puisque  $\frac{p_3}{p_4} = \frac{p_2}{p_1}$  alors  $\frac{T_3}{T_4} = \frac{T_2}{T_1}$

$$T_4 = \beta \cdot T_3 \quad \text{et} \quad T_4 = \frac{\alpha}{\beta} T_1 \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2,66}{1,57} = 1,69$$

$$T_4 = 1,69 \cdot T_1 = 1,69 \cdot 300 = 508,28 \text{ k} \quad \text{(0,5pt)}$$

La quantité de chaleur dans la phase (4-1) est donnée par :

$$(q_{4-1}) = C_p [(T_1 - T_4)] = C_p \left[ T_1 \left( 1 - \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] = 1.300(1 - 1,69) = -207 \text{ kJ/kg} \quad \text{(0,5pt)}$$

Energie mécanique disponible :

$$w_{cycle} = -(q_{2-3} + q_{4-1}) = -(327 - 207) = -120 \text{ kJ/kg} \quad \text{(1pt)}$$

$$\text{ou encore, } w_{cycle} = -C_p T_1 \left[ (\alpha - \beta) - \left( \frac{\alpha}{\beta} - 1 \right) \right] = -C_p T_1 [(\beta - 1) \left( \frac{\alpha}{\beta} - 1 \right)]$$

$$w_{cycle} = -1.300 \cdot (1,57 - 1)(1,69 - 1) = -117,99 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta_{thcy} = \frac{\text{énergie mécanique disponible}}{\text{énergie thermique onéreuse}} = \frac{|w_{cycle}|}{(q_{2-3})} = \frac{C_p T_1 [(\beta - 1) \left( \frac{\alpha}{\beta} - 1 \right)]}{C_p [T_1 (\alpha - \beta)]} = \frac{\beta - 1}{\beta}$$

$$\eta_{thcy} = \frac{117,99}{327} = 0,360 \quad \text{(1pt)}$$

$$\eta_{thcy} = \frac{\beta - 1}{\beta} = \frac{1,57 - 1}{1,57} = 0,363 \quad \text{(1pt)}$$

**Exercice -04- (4pts)**

$p_{sat}$	$T_{sat}$	$u_L$	$u_V$	$u_{LV}$	$h_L$	$h_V$	$h_{LV}$	$v_L$	$v_V$
$MP_a$	$^{\circ}C$	$kJ/kg$	$kJ/kg$	$kJ/kg$	$kJ/kg$	$kJ/kg$	$kJ/kg$	$m^3/kg$	$m^3/kg$
0,2	120,21	504,5	529,1	2024,6	504,7	2706,2	2201,5	0,001061	0,88568
0,25	127,41	535,1	2536,8	2001,8	535,3	2716,5	2181,1	0,001067	0,71866
0,3	133,52	561,1	2543,2	1982,1	561,4	2724,9	2163,5	0,001073	0,60576
0,35	138,86	583,9	2548,5	1964,7	584,3	2732	2147,7	0,001079	0,52418

$$q_{evap} = q_{1 \rightarrow 2} = (u_2 - u_1) - w_{1 \rightarrow 2} \quad (0,5pt)$$

Comme l'évolution est lente à pression constante, le travail sera :  $w_{1 \rightarrow 2} = - \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv = -p(v_1 - v_2)$   
(0,5pt)

Donc,

$$q_{evap} = q_{1 \rightarrow 2} = (u_V - u_L) + p(v_V - v_L) = h_V - h_L = h_{LV} = 2181,1 \text{ kJ/kg} \quad (1,5pt)$$

A 2,5 bars, la masse des 3 litres d'eau liquide saturée :

$$m = \frac{v}{v_L} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,001067} = 2,811 \text{ kg} \quad (0,5pt)$$

Enfin,  $Q_{evap} = m \cdot q_{evap} = 2,811 \cdot 2181,1 = 6131,072 \text{ kJ} \quad (1pt)$