|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Unité d’Enseignement** | **Intitulé de la Matière** | **Code** | **Semestre** |
| UEF111 | Analyse 1 | ANA1 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Cours** | **TD** | **TP** | **Total** | **Crédits** | **Coeff** |
| **V H S** | 33h00 | 37h30 | 00h00 | 70h30 | 6 | 6 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Chap.1** | **Cours** | **TD** | **Total** |
| **V H** | 03h00 | 04h30 | 07h30 |

|  |
| --- |
| **Pré-requis :**  Il est souhaitable que l'étudiant soit un peu familiarisé avec quelques notions d'Algèbre: l'ensemble des nombres entiers et rationnels. La relation d'ordre. |

|  |
| --- |
| **Objectifs :**   * Dans ce chapitre, la notion fondamentale est la notion de sup et de inf. Il faut bien la définir et la caractériser. * Il faut ensuite remarquer que dans l'ensemble ℚ, l'équation x²=2 n'a pas de solution. On peut aussi trouver dans ℚ des ensembles majorés non vides et qui n'ont pas de sup. D'où la nécessité d'élargir ℚ à ℝ. |

|  |
| --- |
| **Contenu de l’enseignement :**  **Chapitre 1 : Ensemble des nombres réels**   * 1. **Nombres réels: définition générale et aperçu historique.**   Nombres irrationnels. Nombres algébriques. Nombres transcendants.   * 1. **Définition axiomatique des nombres réels.**   Relation d'ordre, Minorants, Majorants, Sup, inf, Maximum, Minimum. Introduction axiomatique des nombres réels. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Chap.2** | **Cours** | **TD** | **Total** |
| **V H** | 06h00 | 06h00 | 12h00 |

|  |
| --- |
| **Pré requis :** Chapitre1: Ensemble des nombres réels |

|  |
| --- |
| **Objectifs :**   * Dans ce chapitre, la notion de limite d'une suite est fondamentale. On essaye d'expliquer cette notion aux étudiants de façon simple. On commence par étudier des exemples élémentaires (on peut prendre par exemple les suites ou ou puis on passe au ca général. * Les propriétés des suites récurrentes sont étudiées dans le cas d'une fonction croissante. |

|  |
| --- |
| **Chapitre 2 : Suites réelles**  **2.1 Suites réelles: notions générales**  Définitions et exemples. Différentes façons de définir une suite (par une définition explicite du terme d'indice n. Par récurrence). Sens de variation.  **2.2 Convergence des suites réelles.**  Introduction. Idée intuitive de la notion de limite d'une suite réelle. Cas général. Définition. Limite infinie. Exemple de suite sans limite. Unicité de la limite. Suites bornées. Sous suite. Théorèmes de convergence. Théorème de convergence des suites monotones. Propriétés des suites convergentes. Suites adjacentes.  **2.3 Suites récurrentes.**  Suites définies par la relation . On étudie seulement le cas où f est croissante. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Chap.3** | **Cours** | **TD** | **Total** |
| **V H** | 06h00 | 06h00 | 12h00 |

|  |
| --- |
| **Pré requis :** Chapitre1: Ensemble des nombres réels |

|  |
| --- |
| **Objectifs :**   * La notion de limite d'une fonction est importante. Il faut essayer de définir cette notion sur des exemples car les étudiants trouvent des difficultés à l'assimiler. Les théorèmes sur les opérations de limites se feront sans démonstration. On énonce sans démonstration le théorème des valeurs intermédiaires. Ses applications à la résolution des équations sont nécessaires. * Il faut introduire avec la dérivée, la notion de différentielle et montrer comment on l'utilise en physique et en chimie. |

|  |
| --- |
| **Chapitre 3 : Fonctions réelles d'une variable réelle. Limite, continuité et dérivabilité.**  **3.1 Généralités**  Fonction numérique, fonction réelle d'une variable réelle. Graphe d'une fonction réelle d'une variable réelle. Fonctions paire, impaire. Fonction périodique. Fonctions bornées. fonctions monotones. Opérations algébriques sur les fonctions.  **3.2 Limite d’une fonction.**  Idée intuitive. Définitions. Limite finie en un point x₀. Limite à gauche, limite à droite. Cas où x₀ devient infini. Limite infinie avec x₀∈ℝ (fini).Cas où x₀ devient infini. Limite infinie avec x₀∈ℝ. Limite infinie avec x₀=+∞ ou x₀=-∞  **3.3 Opérations sur les limites.**  Somme, produit et quotient. Limite d'une fonction composée.  **3.4 Fonctions continues. Définitions.**  Note historique. Définitions, fonctions continues en un point. Fonctions continues sur un intervalle. Exemples de fonctions continues. Exemples de fonctions discontinues.  **3.5 Opérations sur les fonctions continues.**  **3.6 Théorèmes sur les fonctions continues sur un intervalle ferme.**  Fonctions continues sur un intervalle fermé et borné. Théorème des valeurs intermédiaires.  **3.7 Fonctions dérivables.**  Dérivée d'une fonction en un point. Différentielles. Dérivabilité et continuité. Dérivée sur un intervalle. Fonction dérivée. Opérations sur les fonctions dérivables (Somme, produit et quotient de fonctions dérivables). Dérivée nème  d'un produit (formule de Leibniz). Dérivée d'une fonction composée. Dérivée d'une fonction réciproque. Optimum local.  **3.8 Théorème des accroissements finis.**  Théorème de Rolle. Hypothèses optimales pour appliquer le théorème de Rolle. Théorème des accroissements finis. Théorème des accroissements finis généralisé.  **3.9 Quelques applications du théorème des accroissements finis.**  Etude de la variation des fonctions. Règle de l'Hopital et applications. Limite du rapport de deux infiniment grands: vraie valeur des indéterminations de la forme (∞/∞).Optimisation différentiable dans ℝ.Conditions nécessaires d'optimalité du second ordre. Condition suffisante d'optimalité. Recherche de solutions optimales globales ou plus petite et plus grande valeur d'une fonction. Une méthode de calcul de la plus petite ou la plus grande valeur d'une fonction. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Chap.4** | **Cours** | **TD** | **Total** |
| **V H** | 06h00 | 09h00 | 07h30 |

|  |
| --- |
| **Pré requis :** Théorème de Rolle. Théorème des accroissements finis. Optimums. |

|  |
| --- |
| **Objectifs :**   * La formule de Taylor est donnée sans démonstration. Elle constitue avec la notion de développement limité, des outils très puissants pour calculer les équivalents des fonctions et par la suite calculer des limites de fonctions présentant des formes indéterminées. * On les utilise aussi pour le calcul d'optimums. |

|  |
| --- |
| **Chapitre 4 : Formules de Taylor et développements limités**  **4.1 Formules de Taylor**  Formule de Taylor avec reste de Lagrange. Formule de Taylor Maclaurin. Formule de Taylor Young.  Développement de Taylor et Maclaurin-Young des fonctions usuelles.  **4.2 Développements limités**  Développement limité d'ordre n au voisinage de 0.Unicité. Développements limités usuels obtenus par la formule de Maclaurin.  Opérations sur les développements limités. Développements limités obtenus par restriction. Développement limité de la composée de deux fonctions.  **4.3 Applications des développements limités**  Application des développements limités au calcul d'optimums.  Comparaison des fonctions au voisinage d'un point. Application des développements limités au calcul des équivalences et des limites des fonctions présentant des formes indéterminées. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Chap.5** | **Cours** | **TD** | **Total** |
| **V H** | 09h00 | 09h00 | 18h00 |

|  |
| --- |
| **Pré requis :** limite des suites réelles. Fonctions continues. Fonctions dérivables |

|  |
| --- |
| **Objectifs :**  Ce chapitre introduit deux notions: l'intégrale de Riemann, qui par définition, est la limite d'une suite (Sommes de Riemann) et la primitive d'une fonction, qui par définition, est une fonction dérivable. Il faut insister sur ce fait, car les étudiants confondent ces deux notions.  Pédagogiquement on commence par donner un exemple physique où les sommes de Riemann apparaissent clairement (exemple: le travail d'une force...) et montrer qu'en passant à la limite, on obtient exactement la notion d'intégrale. Après on donne la signification géométrique de L'intégrale de Riemann.  Pour simplifier la définition, on peut considérer continue et définir les sommes de Riemann sur des subdivisions uniformes. On a:  ,   et  On commence par calculer l'intégrale d'une fonction constante et la fonction .  Les sommes de Riemann sur des subdivisions uniformes seront très faciles à calculer et les limites quand n→∞ le seront aussi.  Le théorème de Leibnitz  relie ces deux notions est fondamental. Il montre que le calcul d'une intégrale revient au calcul d'une des primitives F de f. D'où l'intérêt de savoir calculer les primitives des fonctions. Ce chapitre leur consacre une grande partie. |

|  |
| --- |
| **Chapitre 5 : Intégrale et primitive**  **5.1 L'intégrale de Riemann.**  Définition de l'intégrale de Riemann. Définition utilisant les sommes de Riemann. Définition utilisant les fonctions en escalier. Intégrale d'une fonction en escalier. Définition de l'intégrale d'une fonction constante sur un intervalle. Définition de l'intégrale d'une fonction en escalier sur un intervalle. Intégrale d'une fonction continue. Extension de la définition à a et b quelconques. Propriétés de l'intégrale de Riemann. Relation de Chasles. Linéarité de l'intégration. Encadrement. Valeur moyenne. Signe de l'intégrale, encadrement. Valeur moyenne d'une fonction.  **5.2 Primitives**  Définition. Lien entre deux primitives. Primitives d'une fonction continue.  **5.3 Calcul de primitives**  Primitives des fonctions usuelles. Formules générales.  **5.4 Calculs d'intégrales**  Expression d'une intégrale à partir d'une primitive. Intégration par parties.  **5.5 Calcul des fonctions primitives**  Tableau des primitives usuelles. Changement de variables. Premier type de changement de variables. Deuxième type de changement de variables. Intégration par parties.  Intégration de certaines expressions contenant les trinômes +c.  Calcul des intégrales du type  Calcul des intégrales du type .  Calcul des intégrales du type  Calcul des intégrales du type  Fractions rationnelles. Fractions rationnelles élémentaires et leur intégration. Eléments simples du type I, II, III et IV. Intégration des éléments simples de type I. Intégration des éléments simples de type II. Intégration des éléments simples de type III  Intégration des éléments simples de type IV. Décomposition des fractions rationnelles en éléments simples. Intégration des fractions rationnelles. Intégration des fonctions trigonométriques. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Chap.6** | **Cours** | **TD** | **Total** |
| **V H** | 03h00 | 03h00 | 06h00 |

|  |
| --- |
| **Pré requis :** Propriétés des fonctions continues strictement monotones. Théorèmes des fonctions réciproques. |

|  |
| --- |
| **Objectifs :**  Ce chapitre introduit les fonctions élémentaires ou usuelles et leurs réciproques:  On peut définir la fonction comme étant la primitive de la fonction continue  qui s'annule au point x₀=1, c'est-à-dire  On aura donc besoin du chapitre 5. Soit on définit d'abord la fonction et après la fonction ln, on doit connaitre le théorème de Cauchy sur l'existence et l'unicité des équations différentielles d'ordre1. On préfère la première approche.  On rappelle sans démonstration les propriétés des fonctions continues strictement monotones qui nous garantissent l'existence des fonctions réciproques. |

|  |
| --- |
| **Chapitre 6 : Fonctions usuelles et leurs réciproques**  6.1 Fonction réciproque d’une fonction continue strictement monotone  6.2 Fonctions et sa réciproque  6.2.1 Rappel: Existence et unicité de la primitive F d'une fonction f continue sur un intervalle I et vérifiant  6.2.2 Application à la fonction et  6.2.3 La fonction  6.3 Fonctions puissance. Définitions et propriétés.  6.4 Fonctions trigonométriques et leurs réciproques  Fonctions |

|  |
| --- |
| **Références bibliographiques :**  **[1] Kada Allab,** *Eléments d'Analyse. Office des publications Universitaires. Ben Aknoun. Alger 1984*  **[2] N. Piskounov,** *Calcul différentiel et integral. Editions Mir. Moscou 1978*  **[3] J. Dixmier,** *Cours de mathématiques du premier cycle. 1ère année. Gauthiers-Villars. Paris 1976*  **[4] R. Murray Spiegel.** *Théorie et applications de l'Analyse.* McGraw-Hill, Paris 1973  **[5] G. Flory,** *Topologie, Analyse. Exercices avec solutions. Vuibert. Paris 1978* |

|  |
| --- |
| **Modalités d’évaluation :**  Interrogation, Devoir surveillé, Examen final |